

Aufgabenmix (5) : Parabeln ; Geraden ; Parameter

- 1.1 Die beiden Nullstellen $x_1=0$ und $x_2=10$ liefern $(x-0) \cdot (x-10)$
also $f_k(x) = k(x-0)(x-10) = \underline{kx^2 - 10kx}$

Für ein durchhängendes Seil: $k > 0$

- 1.2 Scheitel $S(5|y_s)$, wobei y_s noch nicht festgelegt ist.
Also: $f_k(x) = k(x-5)^2 + y_s$ (wären 2 Parameter)

$G(f_k)$ soll durch den Ursprung $(0|0)$ verlaufen

$$\Rightarrow f_k(0) = 0 \Rightarrow k(0-5)^2 + y_s = 0 \Leftrightarrow -25k = y_s$$

$$\Rightarrow \underline{f_k(x) = k(x-5)^2 - 25k}$$

- 1.3 $P_1(0|0)$ und $P_2(10|0)$ in $ax^2 + bx + c = y$:

$$P_1: a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = 0$$

$$P_2: a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + 0 = 0 \Leftrightarrow 100a + 10b = 0$$

$$\Leftrightarrow b = -10a; \text{ setze } \underline{a = k}$$

$$\Rightarrow \underline{b = -10k}$$

$$\text{Also } \underline{f_k(x) = kx^2 - 10kx}$$

- 1.4 Verschiebung um 2 Einheiten nach oben:

$$\underline{f_k(x) = kx^2 - 10kx + 2}$$

- 1.5 Frei durchhängend: Boden mit $y=0$ darf nicht

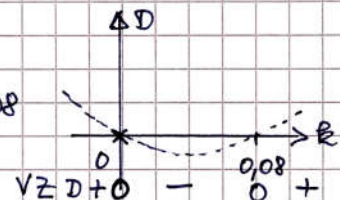
$$kx^2 - 10kx + 2 = 0$$

geschnitten werden

$$D = 100k^2 - 4 \cdot k \cdot 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 100k(k - \frac{2}{100}) = 0 \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = 0,08 \end{cases}$$

$$D < 0 \text{ für } \underline{k \in]0; 0,08[}$$



$$\underline{\text{Oder: } x_s = 5 \Rightarrow y_s = f_k(x_s) = k \cdot 5^2 - 10 \cdot 5k + 2 = -25k + 2}$$

$$y_s > 0 \Rightarrow -25k + 2 > 0 \Leftrightarrow -25k > -2 \Leftrightarrow k < \frac{2}{25} = 0,08$$

$$\text{Zusammen mit 1.1 } (k > 0): \underline{k \in]0; 0,08[}$$

Aufgabenmix (5): Parabeln, Geraden u. Parameter

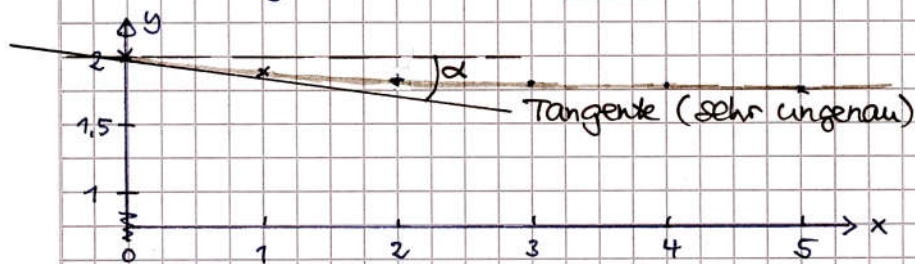
- 1.6 Tiefster Punkt (Scheitel) auf der Höhe $y = 0,80$:

$$y_s = 0,80 \Rightarrow -25k + 2 = 0,80 \Leftrightarrow -25k = -1,2 \Leftrightarrow \underline{k = 0,048}$$

- 1.7 $k = 0,01$: $f_{0,01}(x) = 0,01x^2 - 0,1x + 2$

$$y_s = -25k + 2 \Rightarrow y_s = -25 \cdot 0,01 + 2 = 1,75$$

$$\text{Durchhang} : 2,00 - 1,75 = \underline{0,25 \text{ [m]} = 25 \text{ [cm]}}$$



Aus der Zeichnung : $\alpha \approx 8^\circ$

Geradenbüschel durch $B(0|2)$: $b_m(x) = mx + 2$

$$f_{0,01}(x) = b_m(x) \Rightarrow 0,01x^2 - 0,1x = mx + 2$$

$$\Leftrightarrow 0,01x^2 - (0,1 + m)x = 0 ; \text{ Tangente : } D = 0$$

$$D = [-(0,1 + m)]^2 - 4 \cdot 0,01 \cdot 0 = 0$$

$$\Leftrightarrow (0,1 + m)^2 = 0 \Rightarrow m_{\frac{1}{2}} = -0,1$$

$$\tan(\alpha) = |m| \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}(|-0,1|) \Rightarrow \underline{\alpha \approx 5,71^\circ}$$

- 1.8 Gerade noch frei hängend : $k = 0,08$

$$f_{0,08}(x) = b_m(x) \Rightarrow 0,08x^2 + 0,8x + 2 = mx + 2 \dots$$

$$D = (0,8 + m)^2 = 0 \Rightarrow m_{\frac{1}{2}} = -0,8$$

$$\alpha = \tan^{-1}(0,8) \Rightarrow \underline{\alpha = 38,66^\circ}$$

- 1.9 $\varphi = 14^\circ \Rightarrow |m| = \tan(\varphi) = \tan(14^\circ) \approx 0,25$; $m = -0,25$ (fallende Ger.)

$$kx^2 - 10kx + 2 = -0,25x + 2 \quad (\leftarrow \text{Tangente})$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + (0,25 - 10k)x = 0$$

$$D = (0,25 - 10k)^2 = 0 \Rightarrow \underline{k_{\frac{1}{2}} = 0,025}$$

$$\underline{f_{0,025}(x) = 0,025x^2 - 0,25x + 2}$$